Session 2005

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET
SÉRIE TECHNOLOGIQUE

MATHÉMATIQUES

(Durée : 2 heures)

Le candidat doit traiter obligatoirement :

⇨ ***La première partie.***

⇨ ***La deuxième partie en traitant au choix :***

- *la partie A et remettre l' annexe 1 avec la copie,*

  ou

- *la partie B et remettre les annexes 2 et 3 avec la copie.*

⇨ ***La troisième partie et remettre l'annexe 4 avec la copie.***

L'emploi de la calculatrice est autorisé.
Le soin, la qualité de la présentation et de la rédaction entrent pour 4 points dans l'appréciation des copies.

Matériel à prévoir : rapporteur, équerre, double décimètre, compas.

PREMIÈRE PARTIE (12 points)
À traiter obligatoirement

1. Effectuer les calculs suivants en donnant les détails :

$A = \dfrac{4^2 \times 4^6}{4^5}$;

$B = \dfrac{5}{6} - \dfrac{2}{8}$ (présenter le résultat sous forme de fraction irréductible) ;

$C = 6{,}4 \times 10^3 \times 1{,}2 \times 10^{-2}$;

$D = \dfrac{7 + (-3)}{2} + \dfrac{6 - 8}{(-2)}$.

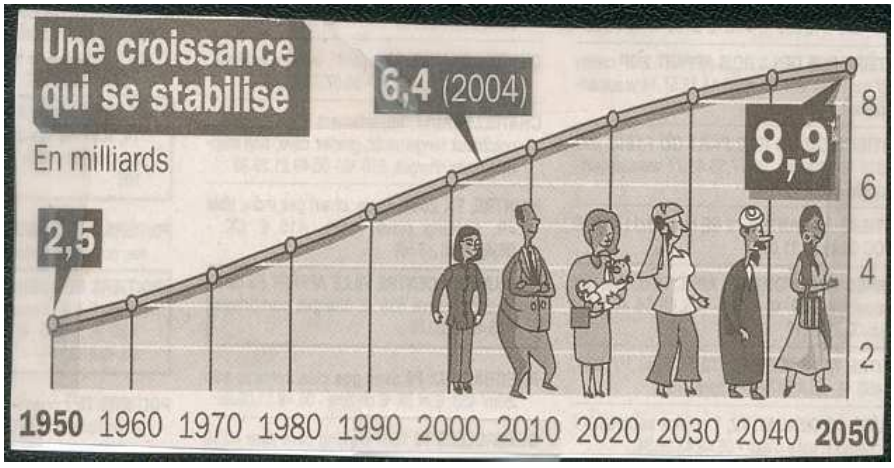
2. a) Une force a pour valeur $F = 101\,300 \times \pi \times 0{,}015^2$ newtons.
Calculer cette valeur arrondie au dixième.

b) La pression atmosphérique p vaut 101 300 pascals. Donner l'écriture scientifique de ce nombre.

3. a) Développer et réduire l'expression : $E = (3x - 2)(x + 4)$.

b) Développer et réduire l'expression : $G = (4x + 3)^2$.

4. «Neuf milliards d'habitants en 2050 : le baby-boom planétaire se ralentit » et «Une croissance qui se stabilise» sont les phrases clés du journal «La Nouvelle République» de septembre 2004.



En utilisant le schéma ci-dessus, répondre aux questions suivantes :

a) Quelle est, en milliard, la population en 1950 ?

b) Quelle est, en milliard, la population en 2004 ?

c) Calculer, en milliard, l'augmentation de la population entre 1950 et 2004.

d) Calculer le pourcentage de cette augmentation par rapport à 1950.

e) Si la population augmentait de 156 % entre 2004 et 2050, quelle serait la population en 2050 ?

f) Le calcul confirme-t-il le titre de l'article ? Justifier.

DEUXIÈME PARTIE (12 points)
Le candidat traitera au choix la partie A ou la partie B

PARTIE A : GÉOMÉTRIE

Les constructions demandées seront toutes réalisées sur l'annexe 1.

1. Placer sur la demi-droite $[Ax)$ le point O tel que OA = 5 cm.

2. Tracer **C** le cercle de centre O et de rayon OA.

3. Placer le point B symétrique de A par rapport au point O.

4. Placer un point C sur le cercle **C** tel que $\widehat{AOC} = 70°$.

5. Quelle est la nature du triangle AOC ?
Justifier.

6. Tracer la médiatrice de $[AC]$. Cette droite coupe $[AC]$ en H.
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{HOC}$.

7. A l'aide de la formule du cosinus de l'angle $\widehat{HOC}$, calculer OH. Arrondir à 0,1.

8. En supposant que OH = 4,1 cm :

a) calculer HC (arrondir au dixième) ;

b) en déduire AC.

9. Tracer le triangle ABC. Quelle est sa nature ?
Justifier.

10. Placer D symétrique de C par rapport à O.
Tracer le quadrilatère ACBD.
Quelle est sa nature ?

PARTIE B : STATISTIQUES

Exercice 1 : L'âge des adhérents d'une association.

Dans une association, une étude a été menée concernant l'âge des 250 adhérents. Les résultats sont donnés dans le tableau de ***l'annexe 2.***

a) Compléter le tableau de ***l'annexe 2*** (à remettre avec la copie).

b) Construire l'histogramme des effectifs sur ***l'annexe 2***.

Echelle : en abscisse : 1 cm représente 10 ans ;
en ordonnée : 1 cm représente 10 adhérents.

c) Combien d'adhérents ont moins de 40 ans ?

d) Combien d'adhérents ont un âge égal ou supérieur à 60 ans ?

e) Quel est le pourcentage d'adhérents qui ont entre 20 et 60 ans ?

f) Calculer l'âge moyen des adhérents de l'association. Arrondir à l'unité.

Exercice 2 : les dépenses de l'État

Le projet de loi de finances pour 2004 prévoyait un total des dépenses de 280 milliards d'euros.

Les dépenses des principaux postes budgétaires sont regroupées dans le tableau ci-dessous.

Poste budgétaire	Education	Défense	Dettes	Pensions	Travail	Autres	Total
Montant (en milliard d'euros)	66		40	40	32	58	280

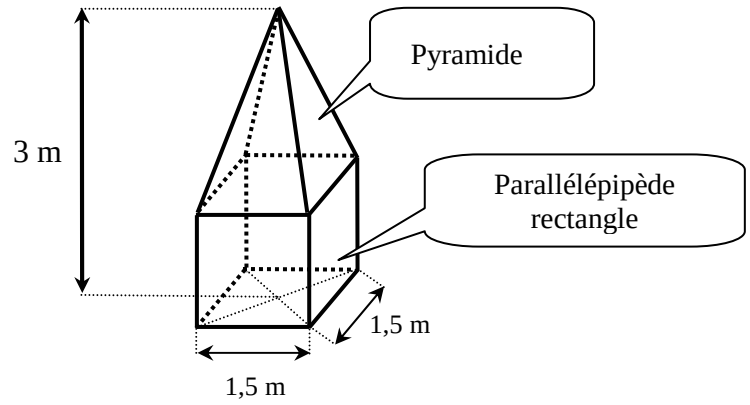
1) Compléter le tableau de ***l'annexe 3*** (à remettre avec la copie).

2) Représenter, sur ***l'annexe 3***, un diagramme circulaire indiquant la répartition des postes budgétaires du projet de loi de finances pour 2004 (ne pas oublier la légende).

TROISIÈME PARTIE (12 points)
À traiter obligatoirement

Un tailleur de pierre doit réaliser la sculpture monumentale représentée ci-dessous. Elle est constituée d'une pyramide à base carrée posée sur un parallélépipède rectangle.

Le dessin n'est pas à l'échelle



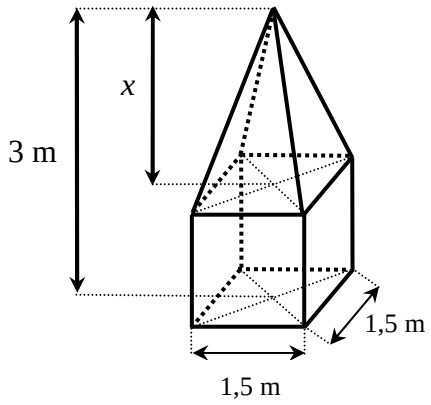
La hauteur totale de la sculpture est de 3 mètres et sa base est un carré de côté 1,5 mètre.

1. Pour une hauteur de la pyramide de 2 mètres, compléter, en détaillant les calculs, le tableau 1 de ***l'annexe 4*** (à remettre avec la copie).

On rappelle : volume d'une pyramide : $V = \frac{1}{3} \times$ aire de la base $\times$ hauteur

volume d'un parallélépipède rectangle : V = aire de la base $\times$ hauteur

2. On désigne par x la hauteur de la pyramide.



a) Montrer que le volume V_1 de la pyramide, en fonction de x, s'exprime sous la forme $V_1 = 0{,}75x$.

b) La hauteur totale de la sculpture étant de 3 mètres, exprimer, en fonction de x, la hauteur du parallélépipède.

c) Montrer que le volume V_2 du parallélépipède, en fonction de x, s'exprime sous la forme $6{,}75 - 2{,}25\,x$.

3. On considère les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0 ; 3]$ par :
$f(x) = 0{,}75\,x$ et $g(x) = -2{,}25x + 6{,}75$

a) Les fonctions f et g sont-elles affines ou linéaires ?
Justifier la réponse pour chacune d'elles.

b) Compléter le tableau 2 de ***l'annexe 4***.

c) Dans le repère orthogonal de ***l'annexe 4***, représenter graphiquement les fonctions f et g.

Echelle : en abscisse : 4 cm pour une unité ;
en ordonnée : 2 cm pour une unité.

4. Déterminer graphiquement la valeur de x pour laquelle on a $f(x) = g(x)$.
Laisser les tracés apparents.

5. Le sculpteur souhaite, pour des raisons d'esthétique, que les volumes de la pyramide et du parallélépipède soient égaux.

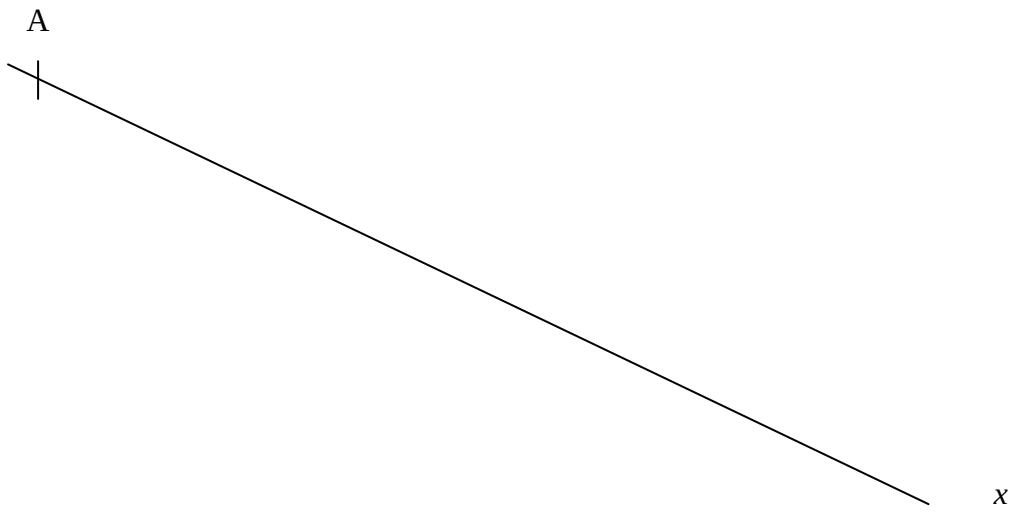
a) Résoudre l'équation $0{,}75\,x = -2{,}25\,x + 6{,}75$.

b) Comparer la solution de l'équation avec la valeur obtenue graphiquement.

c) En déduire la hauteur de la pyramide pour laquelle les deux volumes sont égaux.

ANNEXE 1 - GÉOMÉTRIE

(A remettre obligatoirement avec la copie)



ANNEXE 2 - STATISTIQUES

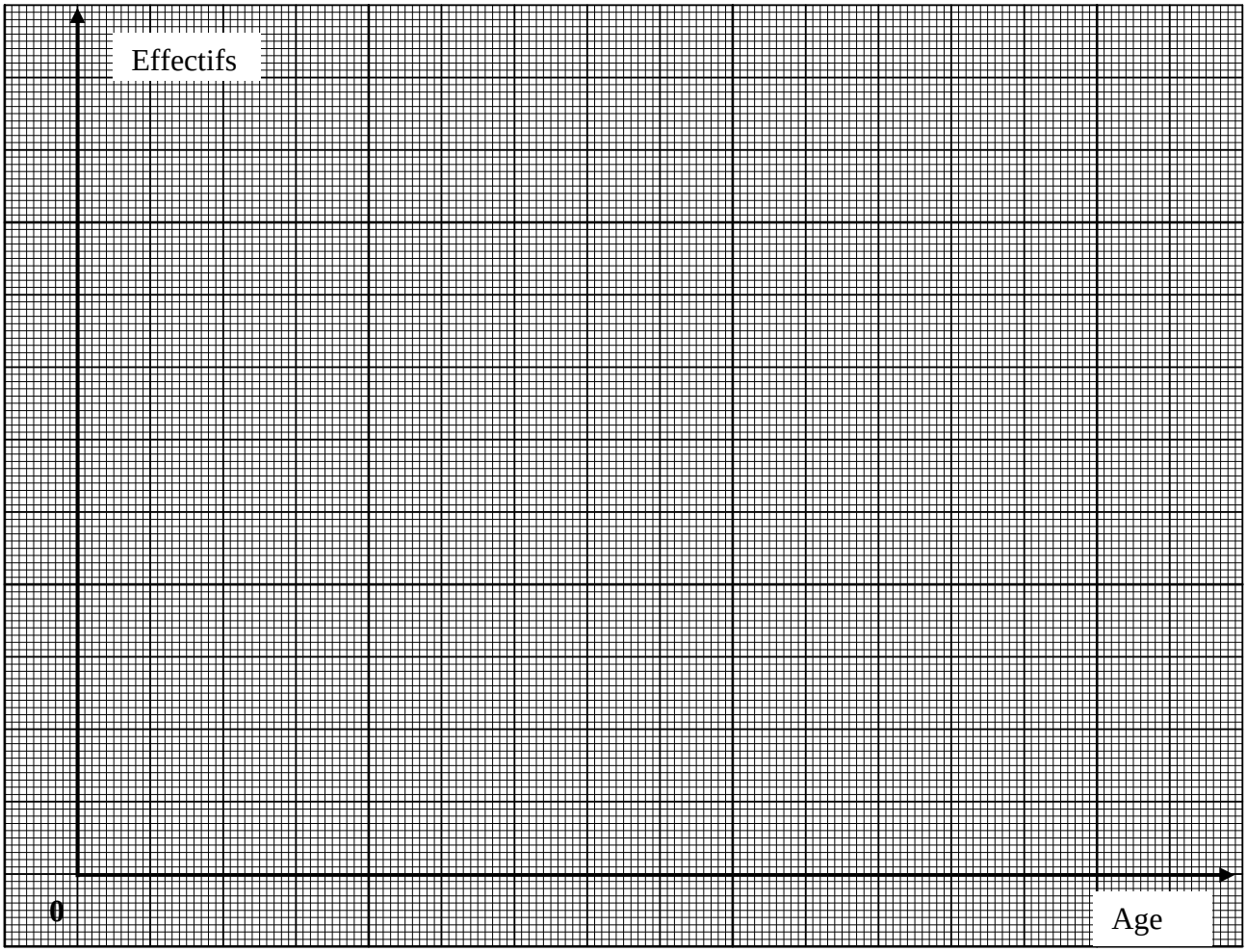
(A remettre obligatoirement avec la copie)

Exercice 1 : les âges des adhérents de l'association

a) Tableau

Ages	Effectifs n	Fréquence (%)	Centre de classe x	Produit $n \times x$
$[0 ; 20[$	17			
$[20 ; 40[$				
$[40 ; 60[$	105			
$[60 ; 80[$	45			
$[80 ; 100[$	8			
TOTAL	250			

b) Histogramme des effectifs



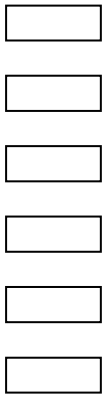
ANNEXE 3 : STATISTIQUES

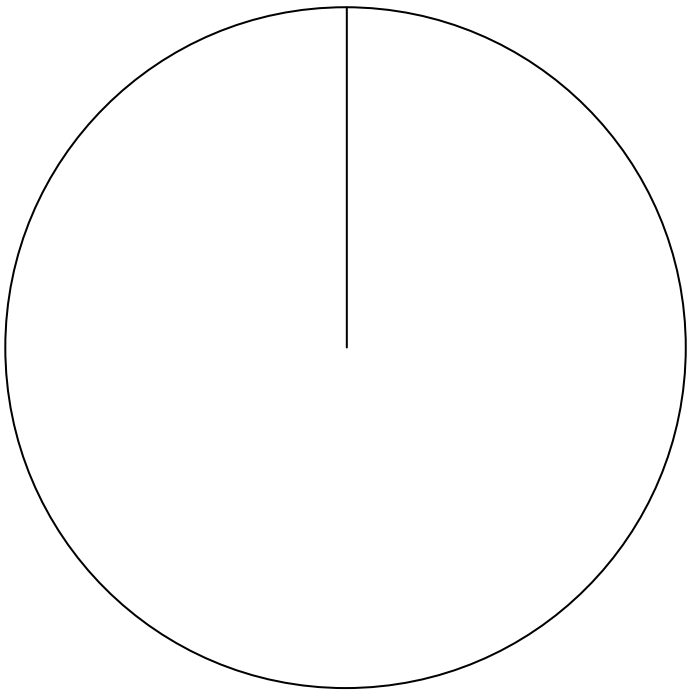
(A remettre obligatoirement avec la copie)

Exercice 2 : les dépenses de l'État

Poste budgétaire	Education	Défense	Dettes	Pensions	Travail	Autres	TOTAL
Montant (en milliard d'euros)	66		40	40	32	58	280
Fréquence en % (arrondie à 0,1)							100 %
Mesure d'angle (arrondie au degré)							360°

Légende :



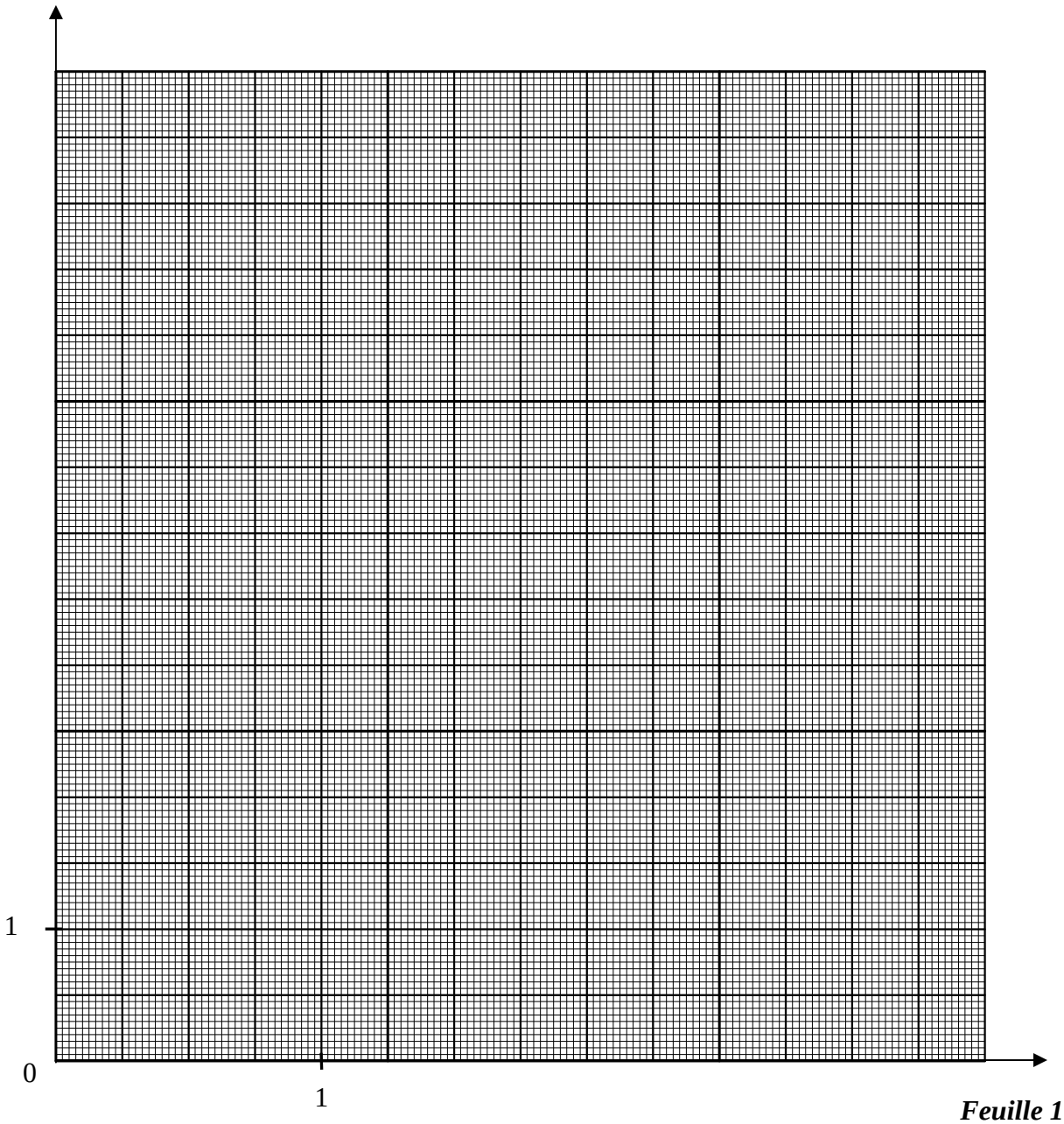


ANNEXE 4

(A remettre obligatoirement avec la copie)

Tableau 1 :

Hauteur de la sculpture (m)	Hauteur de la pyramide (m)	Hauteur du parallélépipède (m)	Aire de la base carrée (m^2)	Volume de la pyramide (m^3)	Volume du parallélépipède (m^3)
3,00	2,00				

Tableau 2 :

x	0	1	2	2,5	3
$f(x) = 0{,}75\,x$				1,875	
$g(x) = -2{,}25\,x + 6{,}75$	6,75		2,25